

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ В СИСТЕМАХ С OFDM МОДУЛЯЦИЕЙ

Алешкин В.Н., Грачев А.Ю.

Московский технический университет связи и информатизации

E-mail: [nil10@srd.mtuci.ru](mailto:nil10@srd.mtuci.ru); [AlGrachev@srd.mtuci.ru](mailto:AlGrachev@srd.mtuci.ru)

Статья посвящена использованию дискретного преобразования Фурье в системах с OFDM модуляцией. Ее целью является наглядное и вместе с тем достаточно строгое освещение данного вопроса. Актуальность подобного подхода вызвана перспективой широкого использования данного вида модуляции в отечественных системах различного назначения, сочетающих возможности рационального использования спектра с эффективной борьбой с эхо сигналами.

OFDM модуляция (мультиплексирование с ортогональным частотным разделением) предусматривает использование ряда ортогональных поднесущих  $f_n(t)$ , модуляция которых осуществляется комплексными информационными символами  $\dot{F}_n$ . Ортогональность [1] обеспечивается на определенном интервале времени  $T_u$ , так называемом полезном, и определяется условием:

$$\int_0^{T_u} f_l(t) \times f_m(t) dt \neq 0 \text{ при } l = m; \quad (1)$$
$$= 0 \text{ при } l \neq m.$$

Комплексный информационный модулирующий символ имеет вид:

$$\dot{F}_n = F_n \times e^{j\varphi_n}, \quad (2)$$

где:

$F_n$  - амплитуда символа;  $\varphi_n$  - фаза символа;  $n = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1)$ .

Задача, решаемая OFDM, сводится к получению на интервале времени  $T_u$  непрерывного сигнала, состоящего из  $N$  поднесущих  $f_n(t) = \cos(2\pi f_n t)$ , модулированных символами  $\dot{F}_n$ :

$$s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F_n \times \cos(2\pi f_n t + \varphi_n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}(\dot{F}_n \times e^{j2\pi f_n t}), \quad (3)$$

где  $f_n$  - частота  $n$ -ой поднесущей.

На основании (1) и (3) нетрудно показать, что для обеспечения ортогональности модулированных поднесущих, достаточно выполнения условия:

$$f_{n+1} - f_n = \nabla f = 1/T_u, \quad (4)$$

где  $\nabla f$  - разнос между соседними поднесущими.

Проведем преобразование выражения (3), перейдя от непрерывного времени к дискретному:

$$t = kT, \quad (5)$$

где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1)$ .

Период дискретизации  $T$  выберем из условия:

$$T_u/T = N. \quad (6)$$

В результате, с учетом выражений (5) и (6), получим:

$$S_k = S(kT) = \frac{1}{N} \text{Re} \sum_{n=0}^{N-1} \dot{F}_n e^{j2\pi nk \frac{T}{T_u}} = \frac{1}{N} \text{Re} \sum_{n=0}^{N-1} \dot{F}_n e^{jnk \frac{2\pi}{N}}, \quad (7)$$

где  $S_k$  - значение сигнала в момент времени  $kT$ .

Таким образом, после ряда преобразований мы перешли от непрерывной формы описания OFDM сигнала (3) к дискретной, причем полученное выражение представляет собой не что иное, как действительную часть обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ)<sup>1,\*</sup>. ОДПФ в OFDM возбуждителях осуществляется в комплексной форме, поэтому выражение (7) представим в виде:

$$\dot{S}_k = \dot{S}(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \dot{F}_n e^{jnk \frac{2\pi}{N}} \quad (8)$$

Раскроем данное выражение, предварительно опустив коэффициент 1/N. В результате получим систему из N уравнений, каждое из которых с точностью до постоянного коэффициента определяет значение сигнала в момент времени kT:

$$\begin{aligned} \dot{S}(0) &= \dot{F}_0 + \dot{F}_1 + \dots + \dot{F}_n \dots + \dot{F}_{N-1} \\ \dot{S}(T) &= \dot{F}_0 + \dot{F}_1 e^{j \frac{2\pi}{N}} + \dots + \dot{F}_n e^{j \frac{2\pi n}{N}} \dots + \dot{F}_{N-1} e^{j \frac{2\pi(N-1)}{N}} \\ &\vdots \\ \dot{S}(kT) &= \dot{F}_0 + \dot{F}_1 e^{jk \frac{2\pi}{N}} + \dots + \dot{F}_n e^{jk \frac{2\pi n}{N}} \dots + \dot{F}_{N-1} e^{jk \frac{2\pi(N-1)}{N}} \\ &\vdots \\ \dot{S}((N-1)T) &= \dot{F}_0 + \dot{F}_1 e^{j(N-1) \frac{2\pi}{N}} + \dots + \dot{F}_n e^{j(N-1) \frac{2\pi n}{N}} \dots + \dot{F}_{N-1} e^{j(N-1) \frac{2\pi(N-1)}{N}} \end{aligned} \quad (9)$$

Данная система отражает процесс модуляции поднесущих информационными символами

$\dot{F}_n$ . При этом следует выделить три момента:

- каждый символ модулирует только одну поднесущую;
- в формировании каждого отсчета принимают участие все символы;
- процессы формирования поднесущих и их модуляции в рамках ОДПФ совмещены.

В общем случае из N поднесущих могут быть использованы не все, что адекватно присвоению в системе уравнений (9) ряду символов нулевых значений. В частности, Европейским стандартом наземного цифрового телевизионного вещания DVB-T [3] предусмотрено использование K из N поднесущих. В системе уравнений (9) этому соответствует равенство нулю значений символов с номерами  $K - 1 < n < N$ , что равносильно пропорциональному уменьшению ширины спектра сигнала.

В формируемый OFDM сигнал для борьбы с межсимвольными искажениями дополнительно вводят защитный интервал длительностью Tз. Процедура ввода может быть сведена к вставке последних N Tз / Tu отсчетов, полученных в результате ОДПФ, перед полезной частью сигнала. Таким образом, общая длительность сигнала оказывается равной Tu + Tз.

Отражением данной процедуры является соответствующее дополнение системы уравнений (9) последними N Tз / Tu уравнениями той же системы. В силу ортогональности поднесущих принятый порядок формирования и вставки защитного интервала не приводит к скачку их фаз.

Рассмотрим процесс демодуляции OFDM сигнала. При этом будем считать, что в приемном устройстве на основе принятого сигнала сформированы временные отсчеты  $\dot{S}(kT)$ . Применим к ним прямое дискретного преобразования Фурье:

$$\dot{F}_n = \sum_{k=0}^{N-1} \dot{S}(kT) e^{-jnk \frac{2\pi}{N}} \quad (10)$$

Как и ранее раскроем данное выражение. В результате получим систему из N уравнений, каждое из которых определяет значение комплексного информационного символа  $\dot{F}_n$ :

<sup>1</sup> Использование преобразований Фурье для модуляции и демодуляции в системах со многими поднесущими впервые было предложено в 1971 году [2].

